

Modélisation numérique des structures à non linéarité de contact local

G. SELKA^{1*}, M. HABI¹ et D. E. KERDAL²

¹ *Faculté des sciences de l'ingénieur, Département d'hydraulique, BP 230, 13000 Tlemcen, Algérie*

² *Université des sciences et technologies Mohammed Boudiaf, 31000 Oran, Algérie*

(Reçu le 06 Novembre 2006, accepté le 14 Août 2007)

* Correspondance, courriel : g_selka@yahoo.fr

Résumé

Le traitement de nombreux problèmes de mécanique rencontrés en structure, nécessite la modélisation de la surface de discontinuité à diverses échelles comme par exemple la surface de contact dans les assemblages, la surface d'interaction sol-structure et le contact entre béton et massifs rocheux. Pour cela, la surface de contact est représentée par une série d'éléments de contact qui prennent en compte la géométrie réelle de la discontinuité et ses caractéristiques mécaniques, afin de déterminer l'état final en tout point de la discontinuité à partir d'un état initial donné et suivant les conditions de chargements sans oublier les critères et lois de contact (critère de glissement et décollement).

Dans ce but un modèle 2D de calcul des contraintes de contact été développé. Ce dernier permet d'utiliser deux types d'éléments à savoir l'élément de contact à deux nœuds type ressort et l'élément quadrilatère à neuf nœuds pour la modélisation des deux solides en contact.

Mots-clés : *Modélisation, contact, discontinuité, frottement, glissement, interface, structure*

Abstract

Numerical models in structures with no linearity of contact local

In the current practice of numerical analyses of structure problems, it is often necessary to model contacts between two solids (concrete-rock contact surface, soil-structure contact surface, etc...). The problem is to model the behaviour of a discontinuity surface

between two solids 1 and 2. The model is composed of a series of two node contact elements. Therefore a program using the finite element method was elaborated. It uses nine (09) nodes quadratic rectangular element for modelising the solids and a contact element with two nodes (using springs with an important stiffness) for modelising the interface. The program allows the determination of the final state of the contact with the determination of there strain and stress states.

Keywords : *Modelising, contact, discontinuity, friction sliding, interface*

1. Introduction

Les études numériques relatives au comportement des discontinuités dans les structures tentent de plus en plus de prendre en compte les conditions de contact (frottement, décollement) [1-10]. Ces études présentent l'intérêt particulier de permettre de suivre d'une part l'évolution des caractéristiques mécaniques des solides en contact : déformation, dégradation, rupture et d'autre part la distribution des contraintes de contact.

Une approche du problème consiste à représenter chaque discontinuité par des éléments finis de contact. En prenant en compte la géométrie réelle de la discontinuité et ses caractéristiques mécaniques, afin de déterminer l'état final en tout point de la discontinuité à partir d'un état initial donné et suivant les conditions de chargement, en prenant en compte bien évidemment des critères et des lois de contact.

2. Méthodologie

La résolution du problème consiste à modéliser le comportement d'une surface de discontinuité S_c entre deux solides S_1 et S_2 qui peuvent glisser avec frottement, se décoller ou revenir en contact.

Le modèle est composé d'une série d'élément de contact type ressort, reliant un point du solide S_1 à un point du solide S_2 (1-2, 3-4, 5-6, etc.), (**Figure 1**). Ces éléments sont compatibles avec les éléments du massif utilisé pour modéliser S_1 et S_2 .

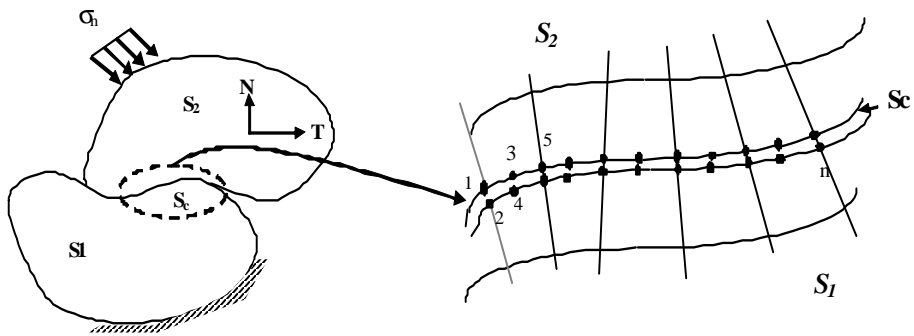


Figure 1 : Deux corps en contact

Eléments de contact

Sur les deux points de l'élément (**Figure 2**), les forces de contact dans le repère local sont :

$$\mathbf{F}_{x2} = -\mathbf{F}_{x1} = \mathbf{F}_T \quad \text{et} \quad \mathbf{F}_{y2} = -\mathbf{F}_{y1} = \mathbf{F}_N \quad (1)$$

Les déplacements sont notés (u_1, v_1) pour le point 1 et (u_2, v_2) pour le point 2 dans ce repère

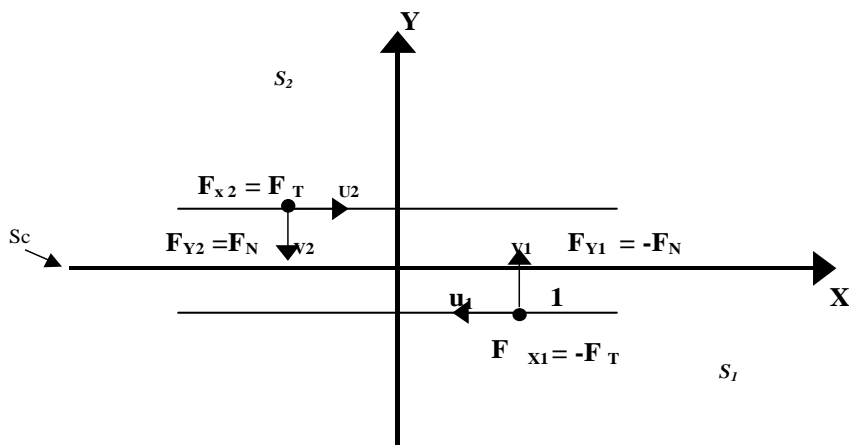


Figure 2 : Élément de contact à deux nœuds

La matrice de rigidité de l'élément de contact [2] devient dans le repère local :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{x_1} \\ \mathbf{F}_{y_1} \\ \mathbf{F}_{x_2} \\ \mathbf{F}_{y_2} \end{Bmatrix} = \mathbf{K} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{O} & -\mathbf{M} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{N} & \mathbf{O} & -\mathbf{N} \\ \text{Sym} & & \mathbf{M} & \mathbf{O} \\ & & & \mathbf{N} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{v}_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$\mathbf{M} = 1$ ou 0 suivant que le ressort tangentiel existe ou non.

$\mathbf{N} = 1$ ou 0 suivant que le ressort normal existe ou non.

\mathbf{K} est le facteur de pénalisation [3] qui est égal à :

$$\mathbf{K} = 10^5 \cdot \frac{E_1}{E_2} \quad (3)$$

où E_1, E_2 ; Modules d'Young des solides S_1 et S_2 .

3. Modélisation des solides

Puisque l'étude est faite en élasticité plane, alors le champ de déplacement sera défini par les déplacements U et V dans le repère cartésien. Les solides seront modélisés par des éléments rectangulaires quadratiques à neuf (09) nœuds (*Figure 3*).

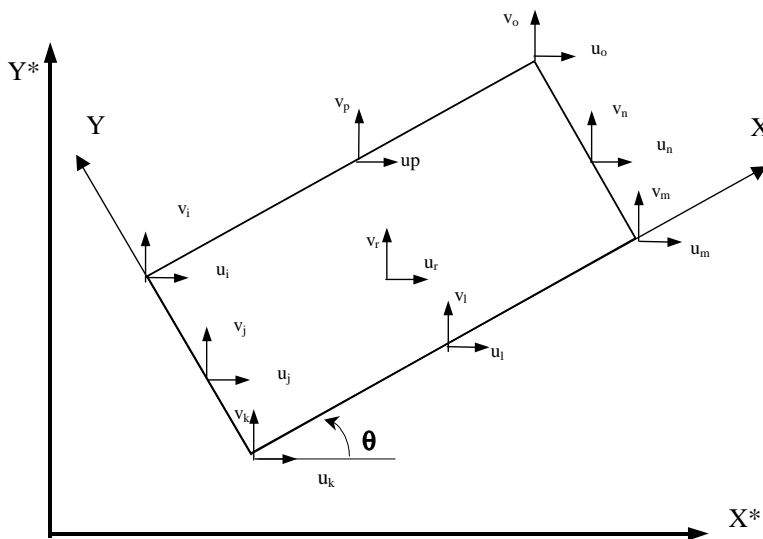


Figure 3 : Élément rectangulaire à 09 nœuds

Ces éléments ont une variation quadratique le long des cotés verticaux et horizontaux de l'élément rectangulaire [2]. La fonction d'interpolation $\phi(x, y)$ sera assurée par le polynôme $\phi(x, y)$ du 2^{ème} ordre exprimé en x et y et présentant neuf (09) coefficients :

$$\phi(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 y^2 + \alpha_6 xy + \alpha_7 x^2 y + \alpha_8 xy^2 + \alpha_9 x^2 y^2 \quad (4)$$

4. Loi de comportement de la discontinuité

Les différents critères [2,4] qui permettent de suivre l'évolution de la surface de contact S_c (*Figure 4*) sont :

4-1. Résistance à la traction

$$\sigma_n \leq R_T \quad (5)$$

σ_n : Contrainte normale à la discontinuité

R_T : Résistance à la traction de la discontinuité

4-2. Frottement de Coulomb

$$|\sigma_T| \leq |\mu \cdot \sigma_n| \quad (6)$$

σ_T : Contrainte tangentielle à la discontinuité

μ : Coefficient de frottement

4-3. Critère d'ouverture

$$(v_1 - v_2) < e \quad (7)$$

e : Etant l'ouverture initiale du joint

v_1, v_2 : Déplacement verticaux des solides S_1 et S_2

La méthode consiste suivant l'état de l'élément et les critères que l'on veut respecter, à imposer ou non une rigidité tangentielle ou normale très grande entre les deux nœuds qui forment l'élément de contact. A la fin de chaque itération, on calcule les contraintes de contact dans les éléments de contact, et on vérifiera si les critères sont satisfaits. Si ce n'est pas le cas, la rigidité tangentielle et / ou normale sera modifiée. En conséquence :

- Si le critère (4-1) n'est pas satisfait, on fait $K_T = K_N = 0$, les deux points sont alors décollés.

- Si le critère (4-2) n'est pas satisfait, on fait $K_T = 0$ et on laisse $K_N \neq 0$, les deux points sont alors en glissement. On n'impose par contre les contraintes $|\sigma_{T1}| = |\sigma_{T2}|$ égale à la contrainte de frottement limite de Coulomb, le signe étant donné par le signe de $(u_1 - u_2)$.
- Si le critère (4-3) n'est pas satisfait, on rétablit les rigidités K_T et K_N les deux points sont alors collés ou recollés.

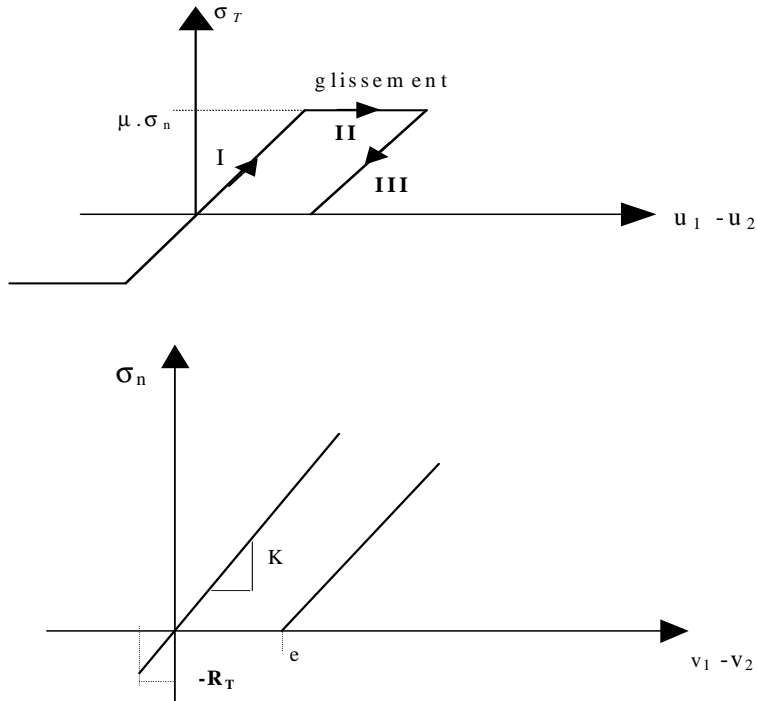


Figure 4 : *Comportement de la surface de contact dans les deux directions*

5. Application

Comportement d'un Matériau Composite

Il s'agit d'une poutre console formée par un assemblage de deux poutres, de section rectangulaire, d'épaisseur l'unité, de hauteur $h = 4$ cm et longueur $L = 12$ cm. Elle est soumise en son extrémité libre à une charge $P = 120$ kg (**Figure 5**).

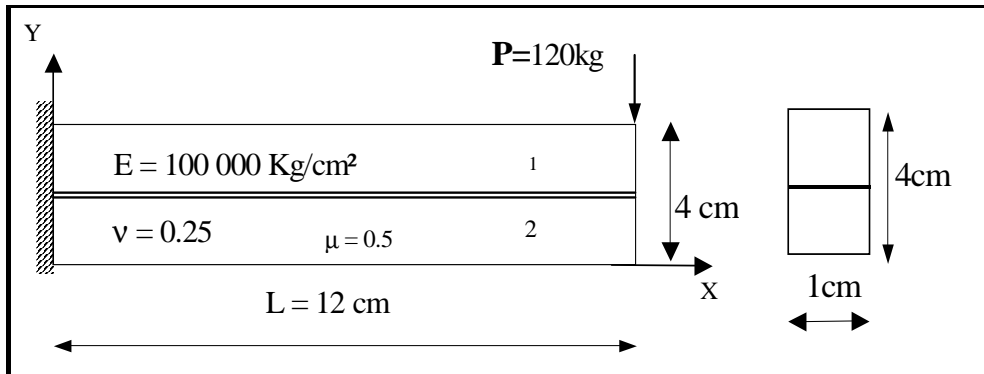


Figure 5 : Poutre console

Le modèle de calcul comporte 54 nœuds, 08 éléments de massif à 09 nœuds et 09 éléments de contact type ressort, ayant une résistance à la traction nulle (Figure 6). Ces éléments sont collés au départ.

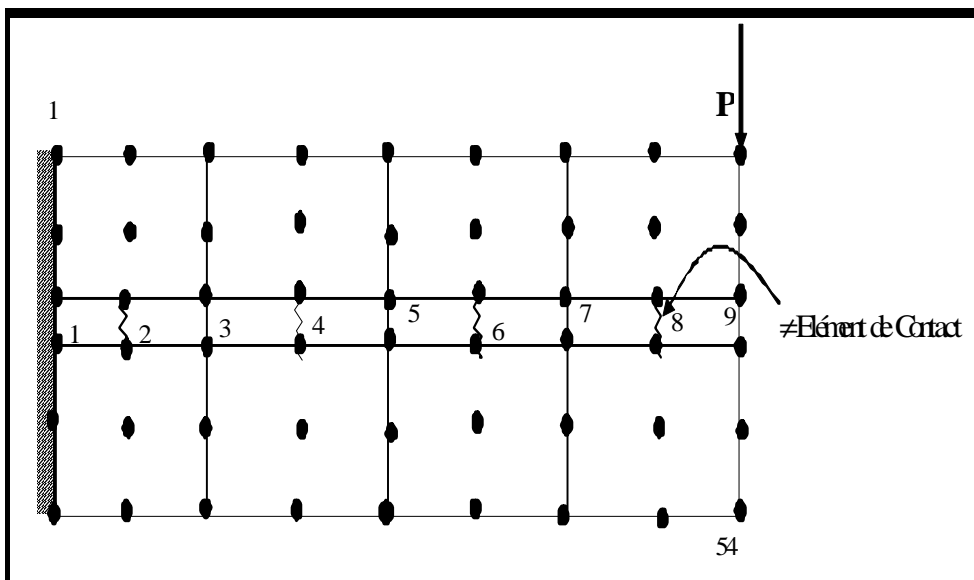


Figure 6 : Maillage de la poutre console

Les résultats obtenus par le programme concordent bien avec la solution théorique d'élasticité pour une poutre continue. Nous présentons aux Figures 7 et 8 le maillage déformé de la poutre console sous l'action de la force P , avec la distribution des contraintes σ_x le long de la poutre.

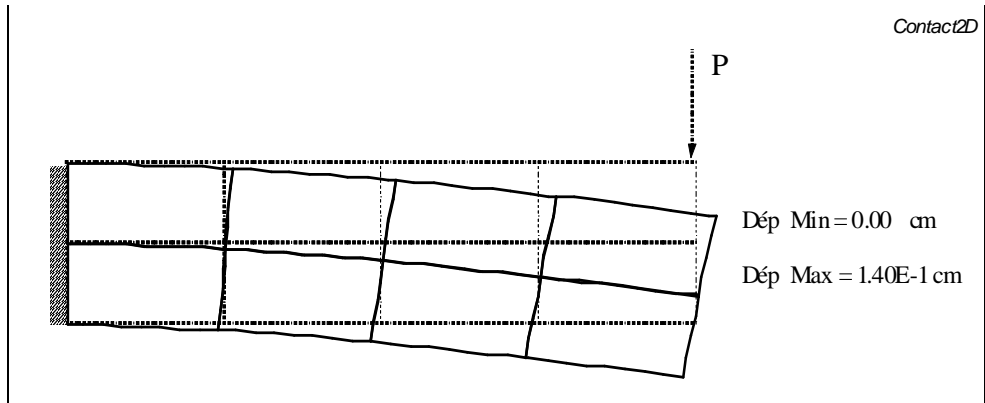


Figure 7 : Déformé de la poutre console sous une charge de 120 Kg

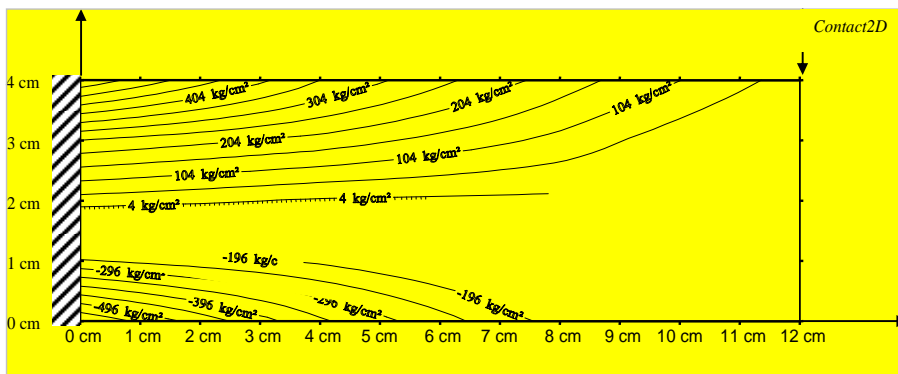


Figure 8 : Distribution des contraintes σ_x le long de la poutre console

Pour étudier l'influence de l'épaisseur du joint sur le comportement de la poutre composite, nous avons considéré une ouverture initiale du joint $e = 2$ mm entre les deux poutres et en gardant les mêmes conditions que précédemment. La modification apportée sur le champ des contraintes peut se juger à partir des champs d'isocontraintes donnés dans la (**Figure 9**).

La condition de l'ouverture du joint modifie d'environ 8 % les valeurs des contraintes σ_x . Cette augmentation serait encore plus grande si l'épaisseur du joint était grande. Les points notés par "☞" dans la (**Figure 9**) représentent les éléments de contact trouvés en état de décollement, tandis que les points notés par "☺" représentent les éléments de contact trouvés en état de glissement

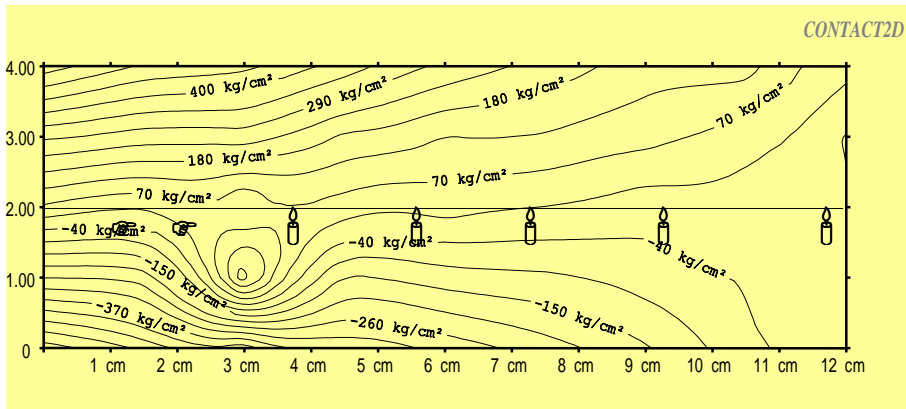


Figure 9 : *Distribution des contraintes le long de la poutre console avec ouverture initiale $e = 2\text{ mm}$*

La **Figure 10** donne la variation des contraintes σ_x le long de l'axe Y à l'abscisse $x = 1.5\text{ cm}$. Elle permet de voir la création (*courbe 2*) des contraintes de traction et de compression dans la zone de contact des deux poutres. Ces contraintes sont dues à la présence de discontinuité.

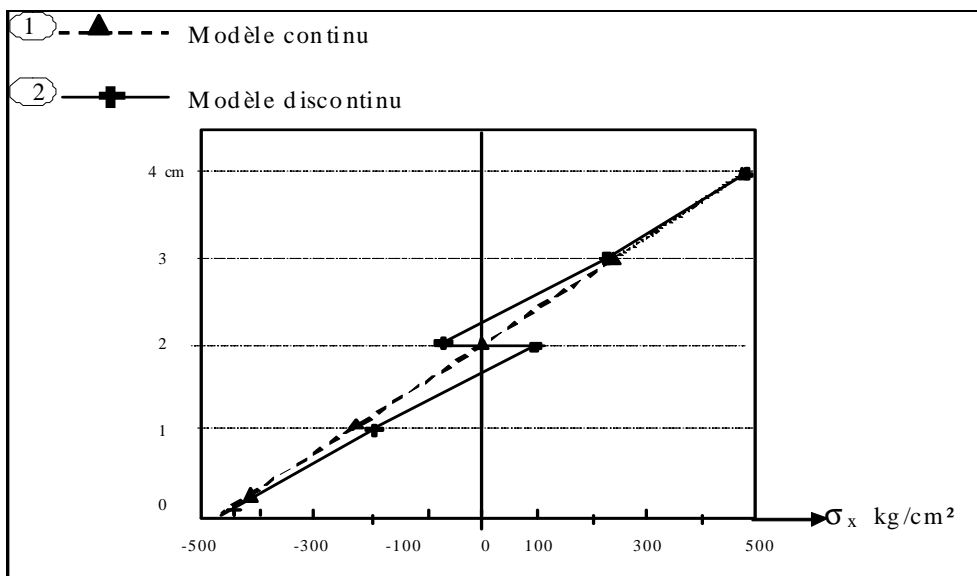


Figure 10 : *Distribution des contraintes σ_x le long de l'axe Y à l'abscisse $x = 1.5\text{ cm}$ épaisseur nul*

6. Conclusion

Cette étude a été consacrée à la mise au point d'un modèle numérique pour l'analyse du comportement élastique d'une poutre composite soumise à des sollicitations de contact. Cela a nécessité la détermination des contraintes de contact entre les différentes couches en contact. La résolution des équations de l'élasticité a été réalisée par la méthode des éléments finis. Ce modèle permet d'étudier l'influence des paramètres comme : l'état de l'interface, l'épaisseur du joint et les propriétés mécaniques des différentes couches.

L'analyse des résultats des applications traitées permet d'en tirer plusieurs conclusions dont les plus importantes sont :

La description classique du contact qui sous entend les déformations d'un milieu semi-infini est insuffisante. L'exemple traité montre que l'équilibre dans un contact n'est pas seulement un problème de surface.

- Les contraintes de contact et de frottement ne dépendent pas uniquement des matériaux en contact, mais aussi de l'état des surfaces en contact
- L'assimilation d'une poutre fissurée comme étant un corps continu amène à négliger le rôle des interfaces et ne reflète pas le comportement réel de la poutre.
- L'état des interfaces a une grande influence sur la valeur et la distribution des contraintes.

Références

- [1] - G. SELKA "Numerical modelling of the contact problems in mechanics." Proc. 3^{ième} Séminaire sur les technologies mécaniques avancées STEMA 1(3) (2003) 31-33
- [2] - G. SELKA "Analyse numérique des problèmes de contact par la méthode des éléments finis" Thèse de magister, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran *Algérie* (1997).
- [3] - C. S DESAI "Numerical methods in geomechanics" *Am. Soc. Civil Eng.* 1(3) (1976)
- [4] - R. FRANK et al. "Etude par éléments finis de quelques critères de plasticité orientée". Proc. 2nd International. Congress. Numerical Methods for Engineering. GAMNI 2, Vol. 2 (1980) 765-775
- [5] - B. N COX Interfacial Sliding Near a Free Surface in a Fibrous or Layered Composite During Thermal Cycling², *Acta Metall. Mater.*, Vol. 38 N°12 (1990) 2411-2424.
- [6] - D. E. KERDAL et G. SELKA. "Etude par éléments finis des problèmes de contacts" Algérie Equipement. *Revue Technique de l'Ecole Nationale des Travaux Publics* N°35 (2002) 2-4

- [7] - G. SELKA "Finite element analysis of contact problems in geostructure" The second international conference on the geology of Africa. Assiut-Egypt October 28-30 (2001) 76-79
- [8] - SOON-SEOK LEE "A computation method for frictional contact problem using finite element method" *International Journal for numerical methods in engineering*, Vol.37 (1994) 217-228
- [9] - S. PLUMET Modélisation d'un milieu multicouche 3D sous sollicitations de contact Thèse doctorat d'état INSA Lyon, France (1998).
- [10] - J. BOUSSINESQ "Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques". Paris (1969)